

1. La Estación Espacial Internacional (ISS) orbita a una altura media de 340 km sobre la superficie terrestre. Teniendo en cuenta que la distancia Tierra-Luna es de 380 000 km y que el período lunar es de $2,36 \cdot 10^6$ s, determina cuánto tiempo tarda la ISS en dar una vuelta completa a la Tierra.

Dato: $R_T = 6\,370$ km

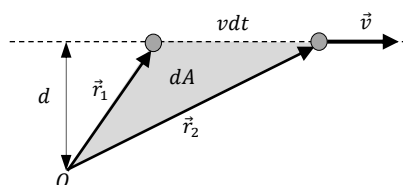
Sol: 92 min

2. Marte orbita a una distancia media de 1,517 UA alrededor del Sol. A partir de los datos orbitales terrestres, determina la duración del año marciano.

Dato: 1 UA = distancia media Tierra-Sol

Sol: 682 días

3. Una partícula se mueve con velocidad constante $\vec{v}$ a lo largo de una recta cuya distancia a un origen O es d . Si en un tiempo dt el vector de posición barre un área dA , demuestra que la velocidad areolar es constante en el tiempo e igual a $L/2m$, donde L es el momento angular de la partícula con respecto al origen citado.



4. A una partícula de masa m se le imprime una velocidad $-v_0\hat{j}$ en el punto $(-d, 0)$ y empieza a acelerarse en presencia de la gravedad terrestre.

- Determina una expresión para el momento angular en función del tiempo, con respecto al origen.
- Halla el momento de la fuerza que actúa sobre la partícula en cualquier instante, con relación al origen.
- Con los resultados obtenidos en a) y b), comprueba que $\vec{M} = d\vec{L}/dt$.

Sol: a) $\vec{L} = (mv_0d + mgdt)\hat{k} \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$; b)

$\vec{M} = mgd\hat{k} \text{ N} \cdot \text{m}$; c) $d\vec{L}/dt = mgd\hat{k}$

5. Dos masas puntuales iguales de 5 kg se encuentran situadas en los vértices inferiores de un triángulo equilátero de 40 cm de lado. Si se coloca en el vértice superior una tercera masa m' :

- ¿Qué aceleración adquiere esta última masa en ese punto?
- ¿Descenderá con aceleración constante?
- ¿Qué aceleración tendrá en el momento de llegar a la base del triángulo?

Sol: a) $-3,6 \cdot 10^{-9}\hat{j} \text{ m/s}^2$; b) No; c) 0

6. En la superficie de un planeta cuyo radio es $1/3$ del de la Tierra, la aceleración gravitatoria es de $5,8 \text{ m/s}^2$. Halla:

- La relación entre las masas de ambos planetas.

- La altura desde la que debería caer un objeto en el planeta para que llegara a su superficie con la misma velocidad con que lo haría en la Tierra un cuerpo que se precipita desde 50 m de altura.

Sol: a) $m_P/m_T = 6,57 \cdot 10^{-2}$; b) 84,45 m

7. Una masa cae con una aceleración de $3,7 \text{ m/s}^2$ sobre la superficie de un planeta sin atmósfera cuyo radio es 0,4 veces el terrestre. Calcula:

- La masa de ese planeta en relación a la terrestre.
- La velocidad que debería llevar una nave para orbitar a 500 km sobre la superficie del planeta.
- El tiempo que tardaría en efectuar una órbita completa a esa altura.

Sol: $m_P/m_T = 0,06$; b) $2\,806,7 \text{ m/s}$; c) 0,08 días

8. Supongamos que la Tierra tiene una densidad media ρ . Cuál sería el valor de g sobre la superficie si:

- El diámetro fuese la mitad y la densidad fuese la misma.
- El diámetro fuese el doble sin variar la densidad.

Sol: a) $g' = g/2$; b) $g' = 2g$

9. La masa lunar es 0,012 veces la terrestre y su radio 0,27 veces el terrestre. Calcula:

- La distancia que recorrería un cuerpo en 3 s cayendo libremente.
- La altura a la que ascendería un cuerpo lanzado verticalmente hacia arriba si con la misma velocidad se elevara en Tierra hasta 30 m.

Sol: a) 7,2 m; b) 183,7 m

10. Dos planetas extrasolares A y B presentan la misma densidad, pero el radio de A es el doble que el de B. ¿Cómo serán en comparación los pesos de una misma masa m en sus respectivas superficies?

Sol: r_A/r_B

11. La densidad de Marte es 0,71 veces la de la Tierra, mientras su diámetro es 0,53 veces el terrestre. Explica cómo serán, en comparación, los pesos de una misma masa m en Marte y en la Tierra. ¿Cuál es el valor de g en la superficie de Marte si en la Tierra es de $9,8 \text{ m/s}^2$?

Sol: $3,7 \text{ m/s}^2$

12. El satélite de Júpiter llamado Ío orbita a una distancia del centro planetario de 422 000 km, con un período de revolución de 1,77 días. Con estos datos, calcula a qué distancia se encuentra Europa, otra de sus lunas, si su período de revolución es de 3,55 días.

Sol: 671 144 km

13. La masa de Saturno es 95,2 veces la de la Tierra. Encélado y Titán, dos de sus satélites, tiene períodos de revolución de 1,37 días y 15,95 días, respectivamente. Determina a qué distancia media del planeta orbitan estos satélites.

Sol: $d_E = 237\,520\text{ km}$; $d_T = 51\,233\,161\text{ km}$

14. El Apolo VIII orbitó en torno a la Luna a una altura de su superficie de 113 km. Si la masa lunar es 0,012 veces la de la Tierra y su radio 0,27 veces el terrestre, calcula:

- a) El período de su órbita.
b) Su velocidad orbital y su velocidad angular.

Sol: a) 7 113 s; b) 1 618 m/s; $8,8 \cdot 10^{-4}\text{ rad/s}$

15. Júpiter tiene una masa 320 veces mayor que la terrestre y un volumen 1 320 veces superior al correspondiente a la Tierra. Determina:

- a) A qué altura h sobre la superficie de Júpiter debería encontrarse un satélite en órbita circular, para que su período de revolución fuese de 9 h y 50 minutos.
b) ¿Qué velocidad tendrá el satélite en dicha órbita?

Datos: $R_T = 6,37 \cdot 10^6\text{ m}$; $M_T = 6 \cdot 10^{24}\text{ kg}$

Sol: a) $8,95 \cdot 10^7\text{ m}$; b) 28 380 m/s

16. Halla la altura sobre la superficie terrestre a la que debe colocarse un satélite para que su peso se reduzca en un 20%.

Dato: $R_T = 6\,370\text{ km}$

Sol: 774,64 km

17. Halla el valor que tiene el campo gravitatorio en la superficie del planeta Júpiter, teniendo en cuenta que su masa es 300 veces la de la Tierra, y su radio, 11 veces mayor que el terrestre.

Sol: $24,3\text{ m/s}^2$

- 18.a) Determina la velocidad con que llega a la superficie terrestre un cuerpo que se deja caer desde una altura h no despreciable medida desde la superficie. Demuestra, así mismo, que si h es despreciable comparada con el radio terrestre se obtiene la expresión: $v = \sqrt{2gh}$.

- b) Determina la velocidad con la que llegará a la superficie terrestre un objeto que es abandonado en reposo a una altura de 5 000 km sobre ella.

Datos: $G = 6,6710^{-11}\text{ N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{kg}^{-2}$; $M_T = 6 \cdot 10^{24}\text{ kg}$; $R_T = 6\,370\text{ km}$

Sol: a) $v = \sqrt{2GM_T h / R_T(R_T + h)}$; b) 7 433 m/s

19. Tres partículas cuyas masas son 2, 4 y 0,3 kg se encuentran situadas en los vértices de un triángulo equilátero de 8,66 m de altura. ¿Cuál es la energía potencial del sistema?

Sol: $-6,53 \cdot 10^{-11}\text{ J}$

20. Desde la superficie terrestre se lanza un satélite; al llegar a la máxima altura r medida desde el centro terrestre, se le comunica una velocidad horizontal. ¿Qué ocurrirá en cada uno de los siguientes casos?

- a) La velocidad comunicada es $v_1 = \sqrt{GM_T/r}$.
b) La velocidad comunicada comprende entre v_1 y $\sqrt{2}v_1$.
c) La velocidad comunicada es mayor o igual a $\sqrt{2}v_1$.

21. La distancia de la Tierra al Sol es de 152 100 000 km en el afelio, mientras que en el perihelio es de 147 100 000 km. Si la velocidad orbital de la Tierra es de 30 270 m/s en el perihelio, determina, por conservación de la energía mecánica, cuál será su velocidad en el afelio.

Sol: 29 247,5 m/s

22. Una sonda espacial de 1 000 kg se halla en una órbita circular de radio $2R_T$ alrededor de la Tierra. ¿Cuánta energía se requiere para transferir la sonda hasta otra órbita circular de radio $3R_T$? Analiza los cambios en la energía cinética, potencial y total.

Datos: $R_T = 6\,370\text{ km}$; $G = 6,67 \cdot 10^{-11}\text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{kg}^2$; $M_T = 6 \cdot 10^{24}\text{ kg}$

Sol: $5,24 \cdot 10^9\text{ J}$

23. Dos masas puntuales $m_1 = 5\text{ kg}$ y $m_2 = 10\text{ kg}$ se encuentran situadas en los puntos $(-3, 0)\text{ m}$ y $(3, 0)\text{ m}$, respectivamente.

- a) Determine el punto en el que el campo gravitatorio es cero.
b) Compruebe que el trabajo necesario para trasladar una masa m desde el punto A $(0, 4)\text{ m}$ al punto B $(0, -4)\text{ m}$ es nulo y explique ese resultado.

Sol: a) $x = -0,52\text{ m}$

24. Desde una altura de 5000 km sobre la superficie terrestre se lanza hacia arriba un cuerpo con una cierta velocidad.

- a) Explique para qué valores de esa velocidad el cuerpo escapará de la atracción terrestre.
b) Si el cuerpo se encontrara en una órbita geostacionaria, ¿cuál sería su velocidad?

Datos: $G = 6,6710^{-11}\text{ N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{kg}^{-2}$; $M_T = 6 \cdot 10^{24}\text{ kg}$; $R_T = 6\,370\text{ km}$

Sol: a) 8 390 m/s; b) 3 075 m/s

25. Un satélite de $3 \cdot 10^3\text{ kg}$ gira alrededor de la Tierra en una órbita circular de $5 \cdot 10^4\text{ km}$ de radio.

- a) Determine razonadamente su velocidad orbital.
b) Suponiendo que la velocidad del satélite se anulara repentinamente y empezara a caer sobre la Tierra, ¿con qué velocidad llegaría a la superficie terrestre? Considere despreciable el rozamiento del aire.

Datos: $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$; $M_T = 6 \cdot 10^{24} \text{ kg}$;
 $R_T = 6\,370 \text{ km}$
Sol: a) $2\,829 \text{ m/s}$; b) $10\,471 \text{ m/s}$

26. Se desea lanzar un satélite de 500 kg desde la superficie terrestre para que describa una órbita circular de radio $10 R_T$.

- a) ¿A qué velocidad debe lanzarse para que alcance dicha altura? Explique los cambios de energía que tienen lugar desde su lanzamiento hasta ese momento.
- b) ¿Cómo cambiaría la energía mecánica del satélite en órbita si el radio orbital fuera el doble?

Datos: $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$; $M_T = 6 \cdot 10^{24} \text{ kg}$;
 $R_T = 6\,370 \text{ km}$

Sol: a) $10\,925 \text{ m/s}$; b) Se reduce a la mitad.

27. Un meteorito de 400 kg que se dirige en caída libre hacia la Tierra, tiene una velocidad de $20 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ a una altura $h = 500 \text{ km}$ sobre la superficie terrestre. Determine razonadamente:

- a) El peso del meteorito a dicha altura.
- b) La velocidad con la que impactará sobre la superficie terrestre despreciando la fricción con la atmósfera.

Datos: $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$; $M_T = 6 \cdot 10^{24} \text{ kg}$;
 $R_T = 6\,370 \text{ km}$

Sol: a) $3\,392 \text{ N}$; b) $3\,024 \text{ m/s}$